

## EFFET SUR LA COUCHE LIMITE THERMIQUE DU DECOLLEMENT PROVOQUE PAR UNE LEGERE DEPRESSION DE PAROI

B. PRUNET-FOCH, F. LEGAY-DESEQUELLES et G. B. DIEP  
Laboratoire d'Aérodynamique du C.N.R.S., 4ter, route des Gardes, 92190 Meudon, France

(reçu le 1 Décembre 1976)

**Résumé**—Le but de l'étude présentée ici est de préciser les effets sur la couche limite thermique du décollement suivi de recollement provoqué généralement dans un écoulement supersonique par la présence d'un faible creux sur une paroi plane. L'analyse théorique du phénomène est faite à partir de la méthode intégrale de Dorodnitsyn en adoptant le concept d'interaction libre et, pour la répartition des températures et des gradients de vitesse dans la couche limite, les expressions proposées par Nielsen. Dans la zone de détente de l'écoulement, où cette méthode ne peut pas s'appliquer, les équations de la couche limite sont résolues par différences finies. Le calcul peut ainsi être poursuivi dans toute la zone décollée jusqu'au recollement. La comparaison des résultats ainsi obtenus avec ceux qu'ont fournis des expériences en soufflerie montre que le calcul permet de prévoir correctement le phénomène.

### NOTATIONS

$a$ ,	amplitude;
$c_i, E_i$ ,	fonctions de $\xi$ intervenant dans les profils de vitesse et de température "extérieurs";
$C_p$ ,	coefficient local de pression à la paroi;
$l$ ,	longueur de référence;
$M$ ,	nombre de Mach;
$Nu$ ,	nombre de Nusselt;
$Pr$ ,	nombre de Prandtl;
$Re$ ,	nombre de Reynolds;
$S$ ,	$= T_i/T_{ie} - 1$ ;
$T_i$ ,	température totale locale;
$u$ ,	composante horizontale de la vitesse;
$\bar{u}$ ,	$= u/u_e$ ;
$U_0$ ,	$= u_0$ ;
$x, y$ ,	coordonnées dans le plan réel;
$x_s$ ,	abscisse du début du creux;
$x_{DEC}, x_{REC}$ ,	abscisses de décollement et de recollement;
$X, Y$ ,	coordonnées dans le plan de Stewartson.
$\alpha_p$ ,	valeur de $\partial \bar{u} / \partial \eta$ à la paroi;
$\delta_1$ ,	épaisseur de déplacement;
$\lambda$ ,	longueur d'onde;
$\nu$ ,	viscosité cinématique du fluide;
$\xi, \eta$ ,	coordonnées dans le plan de Dorodnitsyn.

### Indices

$e$ ,	valeur à l'extérieur de la couche limite;
$G$ ,	valeur à la frontière des deux domaines;
$0$ ,	valeur au départ du calcul;
$P$ ,	valeur à la paroi;
$S$ ,	valeur sur la frontière $\mathcal{S}(x)$ ;
$\infty$ ,	valeur à l'infini amont.

### 1. INTRODUCTION

CES DERNIÈRES années ont vu la poursuite de travaux sur les phénomènes de décollement de la couche limite en écoulement tant incompressible que compressible et les moyens d'approche de ces phénomènes sont devenus

de plus en plus nombreux. Le propos de l'étude présentée ici est de donner un moyen de prévoir l'influence sur la couche limite en général, mais plus particulièrement sur la couche limite thermique, de la présence à la paroi, d'une faible déformation en creux. Dans ce cas, en effet, s'il se produit un décollement suivi d'un recollement, un bulbe de décollement apparaît [1] qui va modifier de manière importante les caractéristiques du transfert de chaleur.

De nombreux moyens théoriques ont été proposés pour résoudre le cas d'écoulements décollés, beaucoup sont basés sur des calculs par différences finies, par exemple les travaux récents de Polak *et al.* [2].

Pour tenir compte de l'écoulement de retour dans les zones décollées, ces méthodes font appel à un calcul par itération qui demande de très longs temps de calcul sur ordinateur. C'est pourquoi beaucoup ont préféré employer des méthodes intégrales conduisant à des calculs plus rapides. Jusqu'à une époque récente, la plupart des auteurs ont appliqué ces méthodes en cherchant des profils de vitesse et de température comportant un seul paramètre [3, 4] puis deux [5]. Il y a quelques années, Nielsen *et al.* [6, 7], en reprenant la méthode de Dorodnitsyn [8], ont permis d'améliorer la précision des solutions obtenues en résolvant les équations à partir de profils de vitesse et de température dont il est possible d'augmenter le nombre des paramètres.

La méthode de Nielsen est appliquée ici à la zone précédant immédiatement le décollement et à toute la zone décollée; certaines caractéristiques des profils de température proposés seront précisées, en particulier dans le cas où le nombre de Prandtl de l'écoulement n'est plus pris égal à 1. Toutefois cette méthode ne s'applique que dans le cas d'un écoulement en compression, c'est pourquoi, dans la zone de détente au début du creux envisagé, le recours au traitement des équations de la couche limite par différences finies a été nécessaire.

2. MISE EN EQUATIONS

2.1. Equations générales

L'écoulement le long d'une plaque plane lisse présentant, à une certaine distance du bord d'attaque, un creux sinusoïdal de faible amplitude peut être considéré comme un écoulement plan stationnaire, la couche limite vérifiant les équations de Navier-Stokes.

Les amplitudes des déformations prévues sont suffisamment faibles pour que le rayon de courbure de la paroi demeure assez grand. Ceci permet de supposer que, pour une abscisse donnée, la pression statique reste constante dans toute la couche limite.

De plus, dans le cas d'une plaque chauffée, il n'est envisagé que des élévations de température modérées, l'écart entre la température de l'écoulement et celle de la paroi permettant de faire l'hypothèse que, la masse volumique mise à part, les propriétés physiques du fluide sont constantes.

Le traitement du problème complet, zone décollée comprise, amène à distinguer dans l'écoulement deux domaines (I et II) dans lesquels les équations de la couche limite sont résolues de manière différente:

(i) Dans le domaine I, constitué par la partie de l'écoulement située au-dessus de la partie plane et du début du creux de la plaque, les équations de la couche limite sont résolues par différences finies. Ceci fournit plus particulièrement les profils de vitesse et de température qui sont indispensables pour commencer, à l'abscisse  $x_G$ , le calcul dans le domaine II;

(ii) Dans le domaine II, la méthode de Nielsen permet d'obtenir les champs dynamique et thermique dans la zone proche du décollement et dans toute la zone décollée.

2.2. Calcul dans le domaine I

La transformation de Stewartson [9] ramène les équations générales de la couche limite, pour un écoulement compressible, à la forme de celles obtenues pour un écoulement incompressible, soit:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = (1+S)U_e \frac{\partial U_e}{\partial X} + \nu_0 \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (1)$$

$$U \frac{\partial S}{\partial X} + V \frac{\partial S}{\partial Y} = \frac{\nu_0}{Pr} \frac{\partial^2 S}{\partial Y^2} + \nu_0 \frac{Pr-1}{Pr} \frac{\frac{\gamma-1}{2} M_e^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2} \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \left[ \left( \frac{U}{U_e} \right)^2 \right]$$

avec

$$S = \frac{T}{T_e} - 1. \quad (2)$$

Le traitement de ces équations par différences finies [10] permet de calculer de proche en proche la solution. Il suffit pour cela de connaître dans le plan de Stewartson:

(i) L'expression de l'écoulement potentiel le long de la paroi; elle est fournie par la théorie des petites perturbations.

(ii) Les répartitions des vitesses et des températures dans la couche limite à deux abscisses distantes de  $\Delta X$  précédant le début du calcul (§ 2.5).

Le couplage entre les deux équations de la quantité de mouvement et de l'énergie se fait par itérations de la solution à chaque pas de calcul. Nous devons remarquer que la convergence est obtenue très rapidement, souvent deux itérations suffisent.

Enfin, il est possible d'améliorer le résultat en procédant à une "correction de couche limite" qui aura pour effet de placer le décollement en un point plus avancé et, par là, plus proche de celui trouvé par l'expérience. En effet, à l'approche immédiate de ce décollement, une forte augmentation de l'épaisseur de la couche limite se produit, par suite l'épaisseur de déplacement  $\delta_1$  croît rapidement. Cette correction est fondée sur l'hypothèse suivante: l'écoulement réel à l'extérieur de la couche limite se comporte comme celui qui se produirait sur la surface correspondant à la frontière de  $\delta_1$  évaluée à partir du premier calcul sans correction. La loi de la détente de Prandtl-Meyer est à nouveau appliquée pour obtenir l'évolution de l'écoulement le long de cette surface.

2.3. Calcul dans le domaine II. Méthode de Nielsen

Dans le domaine II, les caractéristiques de l'écoulement sont obtenues en utilisant la méthode de Nielsen. Présions tout d'abord pour ce qui suit que, dans la zone située après le décollement où apparaît un écoulement de retour, la ligne  $\mathcal{S}(x)$ , où la composante horizontale de la vitesse est nulle, sépare deux régions: la première, région "intérieure", est comprise entre la paroi et  $\mathcal{S}(x)$ , la seconde, région "extérieure", est située au-dessus.

Ecrit dans les coordonnées de Dorodnitsyn, le système d'équations précédent devient:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} = 0$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} = \frac{U_e}{U_e} (S+1-\bar{u}^2) + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \eta^2} \quad (3)$$

$$\bar{u} \frac{\partial S}{\partial \xi} + \bar{w} \frac{\partial S}{\partial \eta} = \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 S}{\partial \eta^2}$$

$$+ 2 \frac{Pr-1}{Pr} \frac{\frac{\gamma-1}{2} M_e^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2} \left[ \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} \right)^2 + \bar{u} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \eta^2} \right]$$

Appliquant la méthode de Dorodnitsyn, ces équations se ramènent à deux relations intégrales-différentielles en introduisant des fonctions de pondération de la forme  $f(\bar{u}) = (1-\bar{u})^n$  ou  $f(\bar{u}) = \bar{u}^n(1-\bar{u})$ . Il vient:

(i) pour l'équation de quantité de mouvement:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \int_A^B \frac{f \bar{u}}{\partial \bar{u} / \partial \eta} d\bar{u} - j(f \bar{v})_S = \frac{U_e}{U_e} \int_A^B \frac{f'(S+1-\bar{u}^2)}{\partial \bar{u} / \partial \eta} d\bar{u}$$

$$- j \left( f' \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} \right)_S + \frac{j-1}{2} \left( f' \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} \right)_P - \int_A^B f'' \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} d\bar{u} \quad (4)$$

(ii) pour l'équation de l'énergie:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_A^B \frac{Sf\bar{u}}{\partial \bar{u}/\partial \eta} d\bar{u} - j(Sf\bar{v})_s = \frac{\dot{U}_e}{U_e} \int_A^B \frac{Sf'(S+1-\bar{u}^2)}{\partial \bar{u}/\partial \eta} d\bar{u} - j \left( Sf' \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} \right)_s + \frac{j-1}{2} \left( Sf' \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} \right)_p \\ - \int_A^B \frac{\partial(Sf')}{\partial \bar{u}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} d\bar{u} - j \frac{1}{Pr} \left[ \left( f \frac{\partial S}{\partial \eta} \right)_s - \left( f \frac{\partial S}{\partial \eta} \right)_p - \int_A^B f' \frac{\partial S}{\partial \bar{u}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} d\bar{u} \right] \\ - 2 \frac{Pr-1}{Pr} \frac{\frac{\gamma-1}{2} M_e^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2} \int_A^B f' \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} d\bar{u}. \quad (5) \end{aligned}$$

Dans ces équations:

(i) pour l'écoulement avant le décollement et l'écoulement "extérieur",  $j = 1$ ;  $A = \bar{u}_s$ ;  $B = 1$ ; et (ii) pour l'écoulement "intérieur",  $j = -1$ ;  $A = 0$ ;  $B = \bar{u}_s$ .

Dans la zone située avant le décollement, ces deux relations peuvent être résolues en adoptant, pour déterminer les profils de vitesse et de température, les expressions suivantes:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} = \frac{(1-\bar{u})(\bar{u}+c_4)^{1/2}}{c_1+c_2\bar{u}+c_3\bar{u}^2+\dots}; \quad S(\bar{u}) = (1-\bar{u})[S_p + E_1(c_4)^{1/2} - E_1(\bar{u}+c_4)^{1/2} + E_2\bar{u} + E_3\bar{u}^2 + E_4\bar{u}^3 + \dots]. \quad (6)$$

Dans la zone décollée, ces deux relations peuvent être également résolues en reprenant pour l'écoulement "extérieur" les expressions précédentes; pour l'écoulement "intérieur", les profils de vitesse et de température sont définis à partir de polynômes fonction de  $\eta$  (nous ne retiendrons que des polynômes de degré 2 ou 3).

Remplaçant alors  $\partial \bar{u}/\partial \eta$  et  $S$  par leurs expressions et donnant à la puissance  $n$  de la fonction de pondération  $f$  plusieurs valeurs entières, on obtient les équations désirées. Celles-ci forment un système différentiel linéaire par rapport aux dérivées  $\dot{c}_i, \dot{E}_i, \dot{U}_e \dots$  des fonctions  $c_i(\xi), E_i(\xi), U_e(\xi)$ , système qui se résout pas à pas l'aide des méthodes classiques.

#### 2.4. Passage du domaine I au domaine II

La méthode de calcul des champs dynamique et thermique dans le domaine II ainsi précisée, il ne reste qu'à définir les valeurs des fonctions  $c_i$  et  $E_i$  sur la frontière (G) de départ de cette région. Ces dernières sont calculées à partir des profils de vitesse et de température obtenus à la fin du calcul par différences finies dans le domaine I, c'est-à-dire à l'abscisse  $x_G$ .

(i) Les valeurs des  $c_i$  sont déterminées à partir du dernier profil de vitesse calculé dans le domaine I. En choisissant quatre valeurs particulières  $\eta_i$  de  $\eta$ , ce profil fournit les valeurs des vitesses  $\bar{u}_i$  et des pentes  $(\partial \bar{u}/\partial \eta)_i$  en ces points. Ces quantités reportées dans l'expression donnant le profil de vitesse (6), il reste à résoudre un système de quatre équations aux quatre inconnues  $c_1, c_2, c_3$  et  $c_4$ .

(ii) La coïncidence des profils de température exige notamment l'égalité des températures pour  $i$  valeurs particulières de  $\eta$ ; le calcul des valeurs de  $E_i$  s'effectue en résolvant un système linéaire formé à partir des relations déduites directement de (6):

$$\begin{aligned} [(c_4)^{1/2} - (\bar{u}_i + c_4)^{1/2}] E_1 + \bar{u}_i E_2 + \bar{u}_i^2 E_3 + \bar{u}_i^3 E_4 \\ = \frac{S_i}{1 - \bar{u}_i} - S_p \quad (i = 1 \text{ à } 4). \quad (7) \end{aligned}$$

A la paroi, la valeur du flux de chaleur doit aussi être la même, qu'elle soit obtenue à partir du calcul par différences finies ou à partir de la méthode de

Nielsen; par conséquent, une des relations précédentes peut être remplacée par celle qui exprime cette égalité.

D'après le changement de variables de Dorodnitsyn, nous avons:

$$\frac{\partial S}{\partial \eta} = \frac{\partial S}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial \eta} = \frac{U_e l}{U_e} \left( \frac{v_0}{U_0 l} \right)^{1/2} \frac{\partial S}{\partial Y} \quad (8)$$

et, de l'expression de  $\partial S/\partial \eta$  obtenue directement à partir de (6), il résulte que le passage d'un domaine à l'autre sera assuré correctement si:

$$\begin{aligned} E_1 - 2(c_4)^{1/2} E_2 \\ = -2(c_4)^{1/2} S_p - 2c_1 \frac{U_0 l}{U_e} \left( \frac{v_0}{U_0 l} \right)^{1/2} \frac{\partial S}{\partial Y} \Big|_p. \quad (9) \end{aligned}$$

Ainsi, les valeurs des fonctions  $E_i$  définissant le premier profil de température dans le calcul par la méthode de Nielsen, sont obtenues en résolvant le système d'équations linéaires constitué par la relation (9) et autant d'équations (7) qu'il est nécessaire suivant le nombre des  $E_i$  retenu dans le développement de  $S$ .

Un tel procédé permet d'obtenir, dans le cas général, un très bon recouvrement des profils.

*Cas où seul  $E_1$  est non nul.* Dans le cas où seul le coefficient ( $E_1$ ) est retenu dans le développement de  $S$ , la marche à suivre doit être différente. En effet, la relation (6) conduit à une valeur de  $E_1$  qui correspond à un profil de température assez éloigné du profil d'origine, et la poursuite du calcul dans tout le domaine II laisse apparaître de grosses fluctuations dans les températures. Ces fluctuations entraînent à leur tour de fortes instabilités.

Le procédé suivant a finalement été retenu. Il consiste à reprendre, comme dans le cas général, les deux relations exprimant à la frontière des deux domaines l'égalité à la paroi du frottement et celle du flux de chaleur [(9) dans laquelle  $E_2 = 0$ ]. A ces deux relations, il faut ajouter celle fournie par la valeur  $S_2$  de  $S$  en un point d'ordonnée quelconque  $\eta_2$ . Ces trois équations permettent de calculer  $c_1, c_4$  et  $E_1$ . Pour évaluer  $c_2$  et  $c_3$ , il suffit d'écrire l'égalité des pentes des profils de vitesse en deux points arbitraires de la couche limite.

La position respective des trois points retenus dans la couche limite est fixée de manière à obtenir le meilleur recouvrement possible pour les profils de vitesse et de température. Il faut toutefois remarquer que, avec un seul paramètre ( $E_2$ ) les deux profils de température ne se superposent pas bien.

### 2.5. Profils de vitesse et de température initiaux

Après l'exposé des méthodes adoptées, pour le calcul dans les deux régions de l'écoulement et le passage de l'une à l'autre, il reste encore à préciser la manière dont sont obtenus les profils de départ.

Ces profils, nécessaires à la résolution des équations par différences finies, auraient pu être fournis, comme tout profil sur plaque plane, à partir d'une quelconque méthode classique, celle de Chapman et Rubesin par exemple [11]. Pour l'unité du calcul, il a été jugé préférable de retenir ceux obtenus à partir des expressions de Nielsen. La manière dont sont calculés les profils de vitesse a été exposée en détail par Nielsen [6]. Pour les températures, si le nombre de Prandtl du fluide dans l'écoulement est égal à l'unité, les profils se déduisent immédiatement de ceux des vitesses par la relation de Crocco:  $S = S_p(1 - \bar{u})$ . Par contre, dans le cas où le nombre de Prandtl est différent de l'unité, la relation de Crocco modifiée (6) conduit à des coefficients  $E_1^0, E_2^0, E_3^0, E_4^0$  qui sont fonction du nombre de Prandtl et du nombre de Mach à l'infini amont. En outre, on démontre que, pour un nombre de Prandtl et un nombre de Mach donnés, ces coefficients sont des fonctions linéaires de la température de paroi [1].

En effet, la relation de similitude pour les profils de vitesse permet de simplifier le système différentiel et la recherche de la solution se ramène au calcul d'un simple système linéaire.

### 2.6. Température de frottement

Dans le cadre de l'étude d'une couche limite avec échange de chaleur, la température que prend la paroi lorsqu'elle est soumise aux seuls échauffements aérodynamiques, constitue une grandeur de référence pour l'évaluation du coefficient de transfert de chaleur. La valeur de cette température de frottement, pour laquelle le flux de chaleur à la paroi est nul, s'obtient de la manière suivante:

(i) Dans le domaine I, supposant connus en deux points de la plaque distants de  $\Delta X$ , d'une part, les deux valeurs des températures de frottement et d'autre part, les profils de vitesse et de température au droit de ces points, on détermine par itération sur la valeur de la température de paroi, celle qui donne, à l'abscisse suivante, un flux nul. Ce procédé est alors employé de proche en proche le long de toute la surface correspondante.

(ii) Dans le domaine II, un calcul sans itération peut être effectué, en effet:

Pour la zone où l'écoulement n'est pas décollé, les températures dans la couche limite sont calculées à partir de la relation définissant  $S$ . La condition "flux nul à la paroi" entraîne:

$$S_f = S_p = -\frac{E_1}{2(c_4)^{1/2}} + E_2. \quad (10)$$

Pour la zone décollée:

(i) Si la température dans l'écoulement "intérieur" est supposée constante et égale à  $T_p$ , la définition de  $S$  dans l'écoulement "extérieur" demeure la même qu'avant le décollement et  $S_f$  devra vérifier la relation ci-dessus,

(ii) Si la répartition des températures de l'écoulement "intérieur" est une fonction linéaire de  $\eta$ , il vient:

$$S = S_p - \frac{\frac{1}{2}E_1 + S_p(c_4)^{1/2} - E_2(c_4)^{1/2}}{c_1 + \eta_s(c_4)^{1/2}} \eta \quad (11)$$

ce qui conduit encore à la même relation.

Dans ces conditions, pour le calcul de l'évolution de la température de frottement le long de la plaque, quelle que soit la région envisagée, la seule équation (10) vient s'ajouter à celles du système différentiel général.

Au voisinage du décollement, l'équation (10) impose à  $E_1$  de tendre vers zéro comme  $(c_4)^{1/2}$  pour que la température de frottement n'augmente pas indéfiniment. Par suite,  $S_f$  diffère peu de  $E_2$  dans le voisinage du point de décollement et en ce point  $S_f = E_2$ . Le calcul confirme ce résultat.

*Cas particulier de la plaque plane.* Dans le cas d'une plaque plane, les relations linéaires (§2.5) qui ont servi dans le cas d'une plaque chauffée ou refroidie peuvent être reprises pour évaluer la température de frottement, seule vient s'ajouter la condition de flux nul à la paroi. Cette condition se traduisant par la relation (10) qui est aussi linéaire, la valeur de  $S_f$  ainsi obtenue n'est bien fonction que du nombre de Prandtl et du nombre de Mach de l'écoulement. Cette valeur dépend évidemment du nombre de coefficients retenus dans le développement de l'expression de  $S$ .

## 3. EXPERIENCES, CALCULS, COMPARAISON DES RESULTATS

### 3.1. Dispositifs expérimentaux

Les mesures ont été effectuées dans la soufflerie supersonique du laboratoire d'Aérodynamique du C.N.R.S.; le nombre de Mach ( $M_\infty$ ) y est fixé à 1,92 ou 2,41, les nombres de Reynolds ( $Re$ ) étant respectivement égaux à  $13 \cdot 10^6$  ou  $9,7 \cdot 10^6$  par mètre. Les maquettes sont des plaques planes sur la surface desquelles a été aménagé un creux sinusoidal (amplitude  $a = 0,3-0,4$  mm, longueur d'onde  $\lambda = 30-40$  mm) situé à  $x_s = 20-30$  mm du bord d'attaque. Elles sont munies, soit de plusieurs prises de pression statique pour mesurer l'évolution de la pression statique sur la plaque, soit d'un dispositif électrique de chauffage.

La faible épaisseur de couche limite dont nous disposions imposait l'emploi d'une technique expérimentale minutieuse et par suite la réalisation de dispositifs de mesure spécialement élaborés. La couche limite est explorée au moyen de sondes doubles miniaturisées comprenant une prise de pression totale et un thermocouple. Les fils du thermocouple sont tendus de part et d'autre de la soudure perpendiculairement à l'écoulement pour réduire au maximum les pertes par conduction. Ils sont fixés à l'extrémité d'un support en plastique pour éviter des pertes de chaleur dues au

sillage. Ceci permet d'obtenir une bonne estimation de la température locale. Placées dans l'écoulement libre, ces sondes donnent une température qui ne s'écarte pas de plus de 1,5°C de la valeur réelle, ce qui correspond à un facteur de récupération de 0,99.

L'écoulement peut également être visualisé soit au niveau de la surface de la plaque par le dépôt d'un film de pétrole, soit dans son ensemble à l'aide d'un banc stioscopique. Ces deux procédés fournissent une valeur approchée de l'abscisse de décollement.

La faible dimension des maquettes imposait l'emploi de méthodes indirectes pour évaluer les flux de chaleur à la paroi. Le procédé retenu consiste à calculer le flux à partir des pentes des profils de température. Ceci explique l'attention qui a été apportée à la mesure de ces profils.

### 3.2. Déroulement des calculs

L'étude théorique dont les grandes lignes ont été exposées ci-dessus, exige le recours à un ordinateur de grande puissance pour sa résolution numérique.

Le programme général du calcul comprend environ 2500-3000 ordres Fortran, la place occupée en mémoire étant de l'ordre de 300 K-octets; il permet d'obtenir les caractéristiques d'un bulbe de décollement se produisant dans un creux de forme sinusoïdale situé sur une plaque plane. Les données sont: (a) à l'infini amont, le nombre de Mach, la pression et la température; (b) sur la plaque, l'abscisse du début du creux sinusoïdal, l'amplitude et la longueur d'onde de ce creux; (c) la température de la paroi, dans le cas où l'on envisage une couche limite avec échange de chaleur, cette température pouvant être uniforme ou non.

Le calcul pourrait être aisément adapté à des configurations différentes, il suffirait pour cela de modifier l'équation de la paroi et l'expression de l'écoulement potentiel.

Ayant précisé les données du problème, la solution est recherchée de la manière suivante: l'abscisse de décollement s'obtient en appliquant uniquement la méthode par différences finies. Ensuite, la valeur de  $x_G$  est ajustée par évaluations successives pour faire aboutir le calcul dans le domaine II à une abscisse de décollement égale à celle trouvée précédemment. Un autre ajustage portant sur les  $\eta_i$  est également fait pour obtenir un bon recouvrement des profils au passage d'un domaine à l'autre.

Le calcul se poursuit ensuite dans toute la zone décollée jusqu'au recollement. Dans tout ce domaine, sont ainsi évaluées, à chaque abscisse, les valeurs des  $c_i$ ,  $E_i$  et de  $U_e$ ,  $\eta_s$ ,  $\alpha_p$ .

*Remarque.* De nombreuses difficultés ont été rencontrées dans l'application de ces calculs, notamment des instabilités apparaissent souvent dans l'application de la méthode de Nielsen. Elles se produisent principalement au début du domaine II et au début de la zone décollée.

### 3.3. Comparaison des résultats

De nombreuses expériences ont été réalisées et les résultats auxquels elles ont abouti ont été comparés à

ceux obtenus par le calcul effectué pour les mêmes conditions d'écoulement et de température de paroi.

3.3.1. *Abscisses de décollement et de recollement.* Il résulte de la comparaison que la méthode par différences finies, après correction de couche limite, prévoit une abscisse de décollement très voisine de celle évaluée par l'expérience. Les faibles écarts trouvés peuvent s'expliquer par le fait que l'épaisseur du bord d'attaque, aussi fin soit-il, introduit une onde de choc dans l'écoulement, onde qui, par la perturbation qu'elle apporte, influence le déclenchement du décollement.

La prise en compte ou non des échanges de chaleur qui se produisent au sein de la couche limite, dans le cas d'une plaque non chauffée, modifie peu les résultats relatifs à l'abscisse de décollement. De même, l'influence de la valeur du nombre de Prandtl du fluide est négligeable du moins entre 1 et 0,72.

Pour la plaque P2 ( $x_s = 30$  mm,  $a = 0,4$  mm,  $\lambda = 40$  mm) par exemple, placée dans l'écoulement Ec2 ( $M_\infty = 2,41$ ,  $Re/m = 9,7 \cdot 10^6$ ):

(i) En l'absence de chauffage sa température s'équilibre aux environs de 289 K ( $T_p/T_x = 0,96$ ) et le calcul donne dans ces conditions:

$x_{DEC} = 43,5$  mm en faisant l'hypothèse: couche limite isenthalpique

$x_{DEC} = 43,18$  mm pour  $Pr = 1$

$x_{DEC} = 43,25$  mm pour  $Pr = 0,72$

(l'expérience fournissait une valeur de  $x_{DEC}$  voisine de 42,5 mm).

(ii) En présence d'un chauffage modéré, le calcul montre que l'épaisseur de la couche limite augmente et que le décollement est plus rapproché. Pour une température de plaque égale à environ 358 K ( $T_p/T_x = 1,16$ ), le calcul aboutit, toujours après correction de couche limite, à:

$x_{DEC} = 42,70$  mm pour  $Pr = 1$

$x_{DEC} = 42,73$  mm pour  $Pr = 0,72$ .

Ces résultats confirment ce que révèle l'expérience: la valeur de l'abscisse de décollement est peu influencée par les variations de température de paroi. Un écart d'une centaine de degrés ne provoque pas un changement de cette abscisse mesurable expérimentalement. Les différences sont inférieures aux marges de précision qui sont imposées pour son évaluation.

L'écoulement ainsi décollé se poursuit au-dessus du creux. Il vient ensuite se recoller, vers la fin de la déformation, à une abscisse  $x_{REC}$ . D'une manière générale, les résultats montrent que plus le décollement se produit tôt sur la surface, plus la zone décollée est importante et plus l'écoulement a tendance à recoller loin.

Pour les cas cités précédemment: sans chauffage, le calcul donne  $x_{REC} = 57,1$  mm; en chauffant à 358 K, le recollement est reculé à  $x_{REC} = 57,5$  mm.

3.3.2. *Configuration dynamique et thermique de l'écoulement.* Les mesures de pression statique à la paroi conduisent à une évolution du coefficient de pression ( $C_p$ ) en fonction de la distance au bord d'attaque, très voisine de celle trouvée par le calcul (Fig. 1).

Le très léger décalage qui apparaît, s'explique tou-

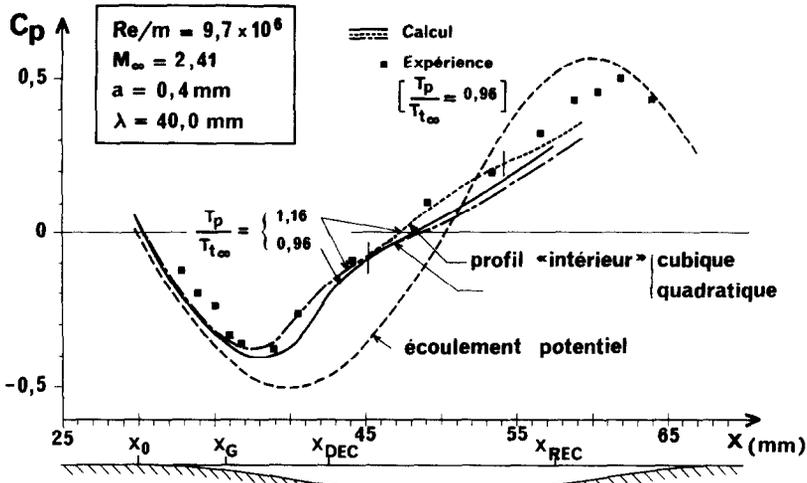


FIG. 1. Evolution du coefficient de pression.

jours par l'onde de choc produite par le bord d'attaque. Les différentes courbes obtenues par le calcul montrent qu'un chauffage modéré de la paroi ne perturbe que très peu les résultats.

Les profils de vitesse mesurés et calculés se recouvrent également bien ; par suite, le coefficient de frottement trouvé numériquement est considéré comme correct, notons que l'effet du chauffage de la paroi sur la valeur de ce coefficient est minime.

Pour ce qui est de la température :

(i) Sur la partie plane de la plaque, le profil s'obtient, pour un nombre de Prandtl différent de l'unité, à partir de la solution du système d'équations évoqué au paragraphe 2.5. Ce profil est d'autant plus proche de celui de Chapman-Rubésin que le nombre de coefficients retenu dans la relation générale de Nielsen entre la température et la vitesse est plus grand.

(ii) Le calcul complet a été effectué en ne retenant que deux coefficients :  $E_1$  et  $E_2$ . Néanmoins, les profils de température mesurés et calculés sont très proches comme le montre la Fig. 2.

Les Figs. 3 et 4 donnent l'évolution générale de ces profils long de la paroi. Sur ces figures, la courbe de chaque profil a été arrêtée à une ordonnée correspondant à l'épaisseur de couche limite thermique  $\Delta$ , l'enveloppe de ces profils fournit ainsi la variation de cette épaisseur au-dessus du creux. Par convention, l'épaisseur  $\Delta$  est la distance à la paroi pour laquelle le point correspondant est à une température  $T$ , telle que  $T_p - T = 0,99(T_p - T_e)$ .

La bonne coïncidence des profils de température calculés et mesurés nous permet d'affirmer que les valeurs des flux de chaleur à la paroi calculées sont très correctes.

Par ailleurs, les méthodes de calcul adoptées permettent, comme nous l'avons vu, d'envisager une variation de la température de paroi. L'évolution de la température de frottement peut aussi être obtenue. Celle du facteur thermique pariétal s'en déduit immédiatement ; ce dernier, caractéristique de l'écoulement, demeure sensiblement constant, y compris dans la zone décollée.

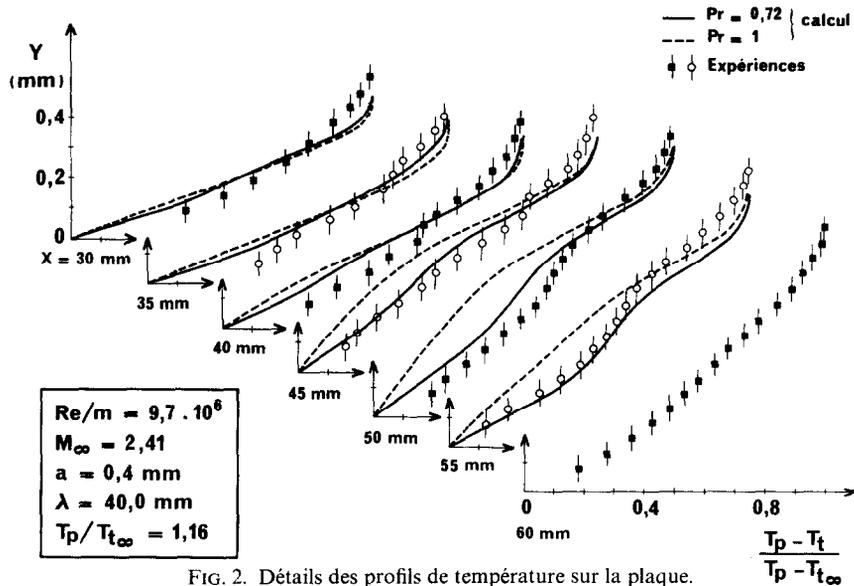


FIG. 2. Détails des profils de température sur la plaque.

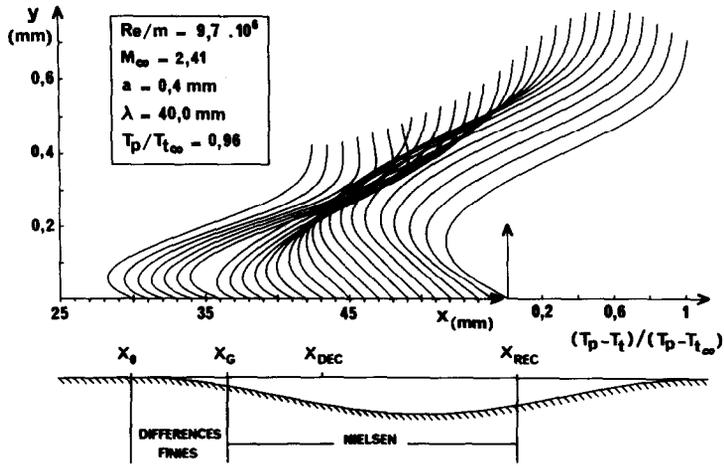


FIG. 3. Profils de température sur la plaque.

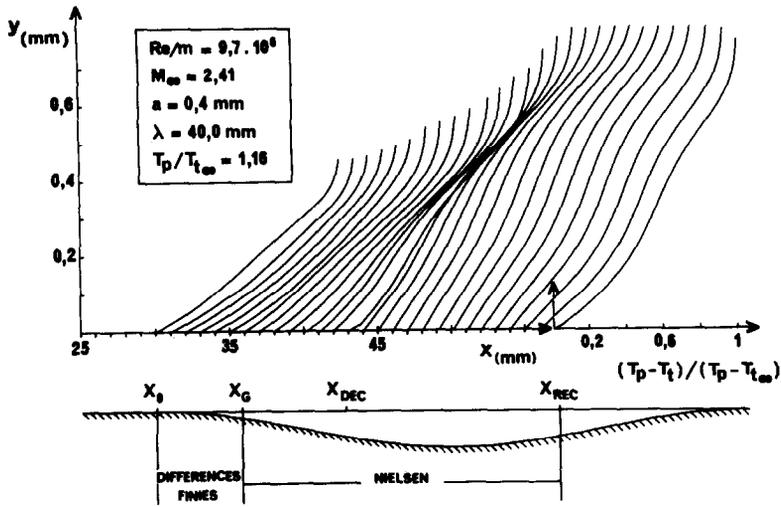


FIG. 4. Profils de température sur la plaque.

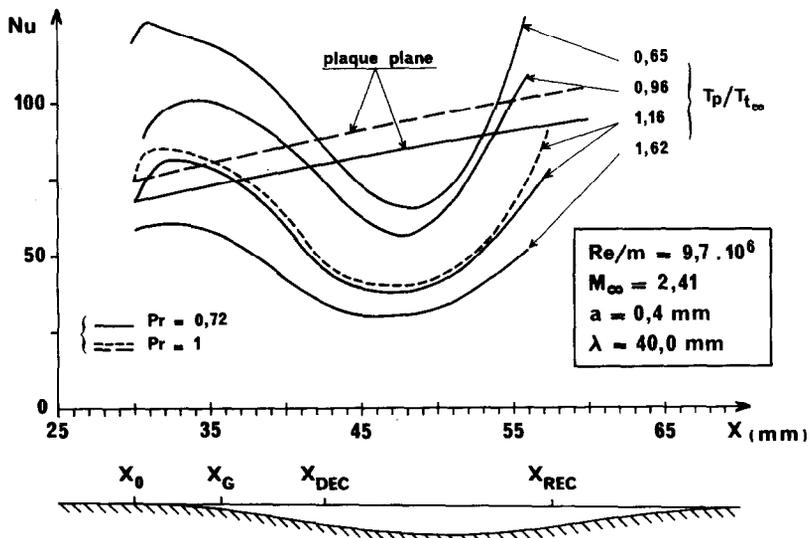


FIG. 5. Evolution du nombre de Nusselt.

La valeur du nombre de Nusselt local à la paroi se déduit également de la température de frottement et du flux de chaleur à la paroi. Pour différentes valeurs de  $T_p$  la Fig. 5 présente les évolutions de ce nombre le long du creux. Nous voyons ainsi que la présence du bulbe de décollement a pour effet de diminuer le transfert de chaleur à la paroi. En outre, pour chaque température, les courbes conservent la même allure. Sur la Fig. 5 a été également reporté en pointillés, pour  $T_p/T_i = 1,16$ , l'évolution du nombre de Nusselt calculée avec  $Pr = 1$ ; le faible écart avec la courbe obtenue pour  $Pr = 0,72$  montre que, même dans la zone décollée, le nombre de Nusselt est peu influencé par le nombre de Prandtl.

Enfin, nous remarquons que le nombre de Nusselt, à une abscisse donnée, est d'autant plus grand que la paroi est plus froide, ceci restant vrai dans tout l'écoulement y compris dans la zone décollée.

#### 4. CONCLUSION

Dans un écoulement supersonique, la présence sur une plaque plane, d'une déformation en creux de profil sinusoïdal provoque en général un décollement même pour de faibles rapports amplitude sur longueur d'onde; il s'ensuit la formation dans le creux d'un bulbe allongé de faible épaisseur, qui modifie de manière sensible les caractéristiques de la couche limite thermique.

L'application de la méthode par différences finies dans la zone de détente que constitue le début du creux, puis de la méthode de Nielsen conduit à une prévision des champs dynamique et thermique de l'écoulement en bon accord avec ceux trouvés en soufflerie. Il est donc possible de cette manière de prévoir la diminution du flux de chaleur local dans toute la zone décollée.

Les résultats du calcul montrent que le facteur thermique pariétal, demeure sensiblement constant y compris dans la zone décollée. Par ailleurs, des écarts modérés de température de paroi n'ont que peu d'influence sur le champ dynamique de l'écoulement. Enfin, il ressort de l'évolution du nombre de Nusselt le long

de la paroi que, pour différentes températures pariétales, les courbes conservent la même allure générale et l'écart entre celles obtenues pour des nombres de Prandtl égaux à 1 ou 0,72 demeure très faible.

#### BIBLIOGRAPHIE

1. B. Prunet-Foch, Etude dynamique et thermique du décollement produit par la dépression d'une paroi plane en écoulement laminaire supersonique, Thèse de Doctorat d'Etat, Paris VI (17 juin 1974).
2. A. Polak, M. J. Werle, V. N. Vasta et S. D. Bertke, Numerical study of separated laminar boundary layers over multiple sine-wave protuberances, *J. Spacecraft Rockets* 13(3), 168-173 (1976).
3. L. Lees et B. L. Reeves, Supersonique separated and reattaching laminar flows—I. General theory and application to adiabatic boundary shock wave interaction, *AIAA JI* 11, 1907 (1964).
4. M. S. Holden, Theoretical and experimental studies of separated flows induced by shock wave-boundary layer interaction—AGARD CP. 4, Separated flows, part I, 148-180 (mai 1966).
5. R. Makofski, A two parameter method for shock wave laminar boundary layer interaction and flow separation, in *Proc. of the 1963 Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute*, 112-127 (juin 1963).
6. J. N. Nielsen, L. L. Lynes et F. K. Goodwin, Calculation of laminar separation with free interaction by the method of integral relations, AIAA Paper 65-50 (jan 1965).
7. J. N. Nielsen, L. L. Lynes et E. K. Goodwin, Theory of laminar separated flows on flared surfaces including supersonic flow with heating and cooling. AGARD Conf. on separated flows AGARD CP. 4, I (mai 1966).
8. A. A. Dorodnitsyn, General method of integral relations and its application to boundary layer theory, in *Advances in Aeronautical Sciences*, Vol. 3, p. 207. Pergamon Press, Oxford (1962).
9. K. Stewartson, Correlated incompressible and compressible boundary layers, *Proc. R. Soc.* 200A, 1060, 84-100 (1949).
10. R. D. Richtmyer et K. W. Morton, *Difference Methods for Initial Value Problems*, 2nd edn. John Wiley, New York (1967).
11. D. R. Chapman et M. W. Rubesin, Temperature and velocity profiles in the compressible laminar boundary layer with arbitrary distribution of surface temperature, J.A.S. (Sept. 1949).

#### EFFECT ON THE THERMAL BOUNDARY LAYER OF THE SEPARATED BUBBLE INDUCED BY A SLIGHT HOLLOW IN THE WALL

**Abstract**—The object of the present study is to specify the effects, on the thermal boundary layer, of the separation followed by the reattachment, which is generally induced in a supersonic flow, by a slight hollow on the surface of a flat plate. The theoretical analysis of the phenomenon is based on the integral method of Dorodnitsyn, with the concept of free interaction and, for the temperature profile and the gradient of the velocity profile in the boundary layer, the expressions suggested by Nielsen. In the zone of expansion of the flow where such method cannot apply, the calculation has been made by resolving the boundary-layer equation by finite difference. That enables one to complete the calculation in all the separated zones until one reaches the reattachment point. The results obtained in such a computation generally agree fairly accurately with the measurements effected in a supersonic wind tunnel.

#### DER EINFLUSS EINER DURCH EINE SCHWACHE EINBUCHTUNG IN DER WAND HERVORGERUFENEN ABLÖSUNG AUF DIE THERMISCHE GRENZSCHICHT

**Zusammenfassung**—Eine schwache Einbuchtung in einer ebenen Wand führt bei Überschallgeschwindigkeit dazu, daß sich die Strömung ablöst und anschließend wieder anlegt. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die dabei auftretenden Auswirkungen auf die thermische Grenzschicht zu erfassen.

Zur theoretischen Analyse des Phänomens wird die Integralmethode von Dorodnitsyn verwendet, wobei vom Konzept der freien gegenseitigen Einwirkung ausgegangen wird; für das Temperatur- und das Geschwindigkeitsprofil in der Grenzschicht werden die von Nielsen vorgeschlagenen Ausdrücke verwendet. Für den Bereich der Entspannungsströmung, wo diese Methode nicht angewandt werden darf, werden die Grenzschichtgleichungen mit einem Differenzenverfahren gelöst. Somit kann die Rechnung über den gesamten Bereich, vom Ablösen bis zum erneuten Anlegen, durchgeführt werden.

Ein Vergleich der so erhaltenen Ergebnisse mit Versuchsergebnissen aus dem Windkanal zeigt, daß die Methode eine genaue Beschreibung des Phänomens erlaubt.

#### ВЛИЯНИЕ ОТРЫВА ПУЗЫРЬКА, ВЫЗВАННОГО НЕБОЛЬШОЙ ПОЛОСТЬЮ В СТЕНКЕ, НА ТЕПЛОВОЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

**Аннотация** — Целью данного исследования является определение влияния на тепловой пограничный слой отрыва пузырька с последующим восстановлением обтекания, обычно происходящего в сверхзвуковом потоке из-за наличия небольшой полости на поверхности плоской пластины.

При теоретическом анализе этого явления используются интегральный метод Дороднищина с концепцией свободного взаимодействия, а для температурного профиля и профиля скорости в пограничном слое — выражения, предложенные Нельсоном. В зоне расширения потока, где такой метод неприменим, уравнения пограничного слоя решались методом конечных разностей. Это позволяло провести расчет во всей зоне отрыва до точки восстановления обтекания.

Результаты, полученные при таком расчете, достаточно хорошо согласуются с данными измерений, выполненных в сверхзвуковой аэродинамической трубе.